Basiswissen Statistik & Schnelleinstieg in R

Schnelleinstieg in R

Datenstrukturen

- Vektoren

- Matrizen

Einnahmen	Ausgaben
375	897
480	390
7209	10978

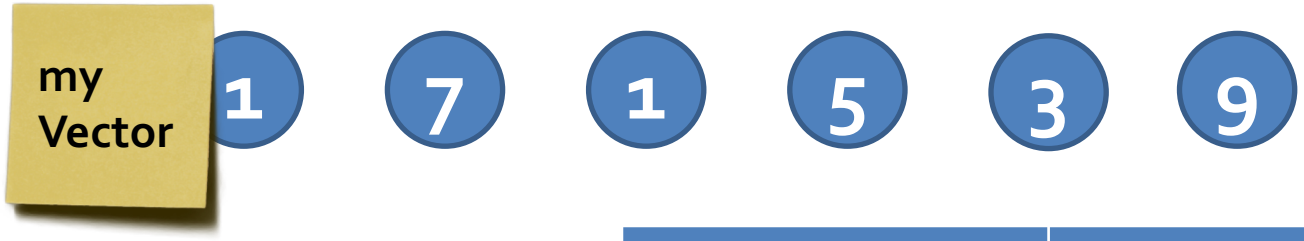
- Dataframes

Person	Burger/Tag
Stefan	0.03
Moni	0.04
Michael	0.8

Datenstrukturen

- Vektoren

```
myLuckyNumbers <- c(1,7,1,5,3,9)
```



- Matrizen

```
b <-
matrix(data=myVector,
nrow=2, ncol=3)
```

Einnahmen	Ausgaben
375	897
480	390
7209	10978

- Dataframes

```
as.data.frame(b)
```

Person	Burger/Tag
Stefan	0.03
Moni	0.04
Michael	0.8

Datenstrukturen

- Vektoren

- Matrizen

numeric

Einnahmen	Ausgaben
375	897
480	390
7209	10978

- Dataframes

character / factor

Person	Burger/Tag
Stefan	0.03
Moni	0.04
Michael	0.8

Numeric vs. character

```
c(1,2,3,4)
> [1] 1 2 3 4

c(94,95,"Gesundheit",97)
> [1] "94" "95" "Gesundheit"
"97"
```

Numeric vs. character vs. factor

```
a <- c(1,2,3,4)
```


```
as.factor(a)
[1] 1 2 3 4
Levels: 1 2 3 4
```


```
c(94,95,"Gesundheit"
> [1] "94" "95" "Gesundhe
"97"
```

Datenstrukturen

Liste

- Vektoren

- Matrizen

numeric

Einnahmen	Ausgaben
375	897
480	390
7209	10978

- Dataframes

character / factor

Person	Kekse/Tag
A	0.03
B	0.04
C	0.8

Listen

```
> myList <- list(a,b,c)
> myList [[1]] [1] 1 2 3 4
[[2]]
Col_1 Col_2
Row_1 1 3
Row_2 2 4
[[3]] [1] "94" "95" "Gesundheit" "97"

unlist(myList)
```

Benutzung zur Textverarbeitung

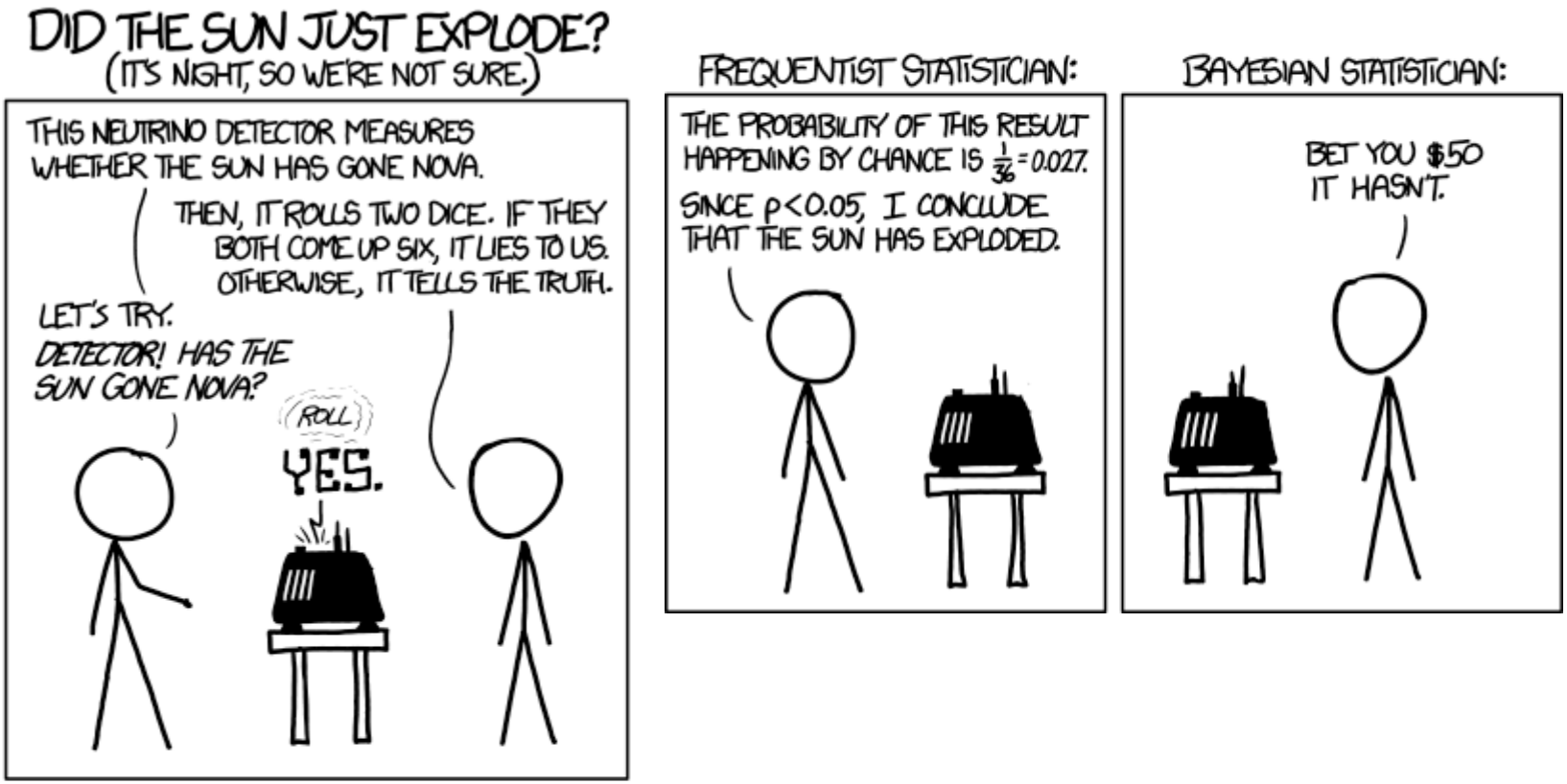
Relevante Funktionen u.a.

- grep (zum Suchen – auch mit regex)
- gsub (zum Ersetzen)
- strplit (zum Aufsplitten)
- paste (zum Zusammensetzen)

Plan für heute

- Denken wie ein/e Statistiker/in
- Skalenniveaus
- Einfache statistische Testverfahren

Denken wie ein/e Statistiker/in



Denken wie ein/e Statistiker/in

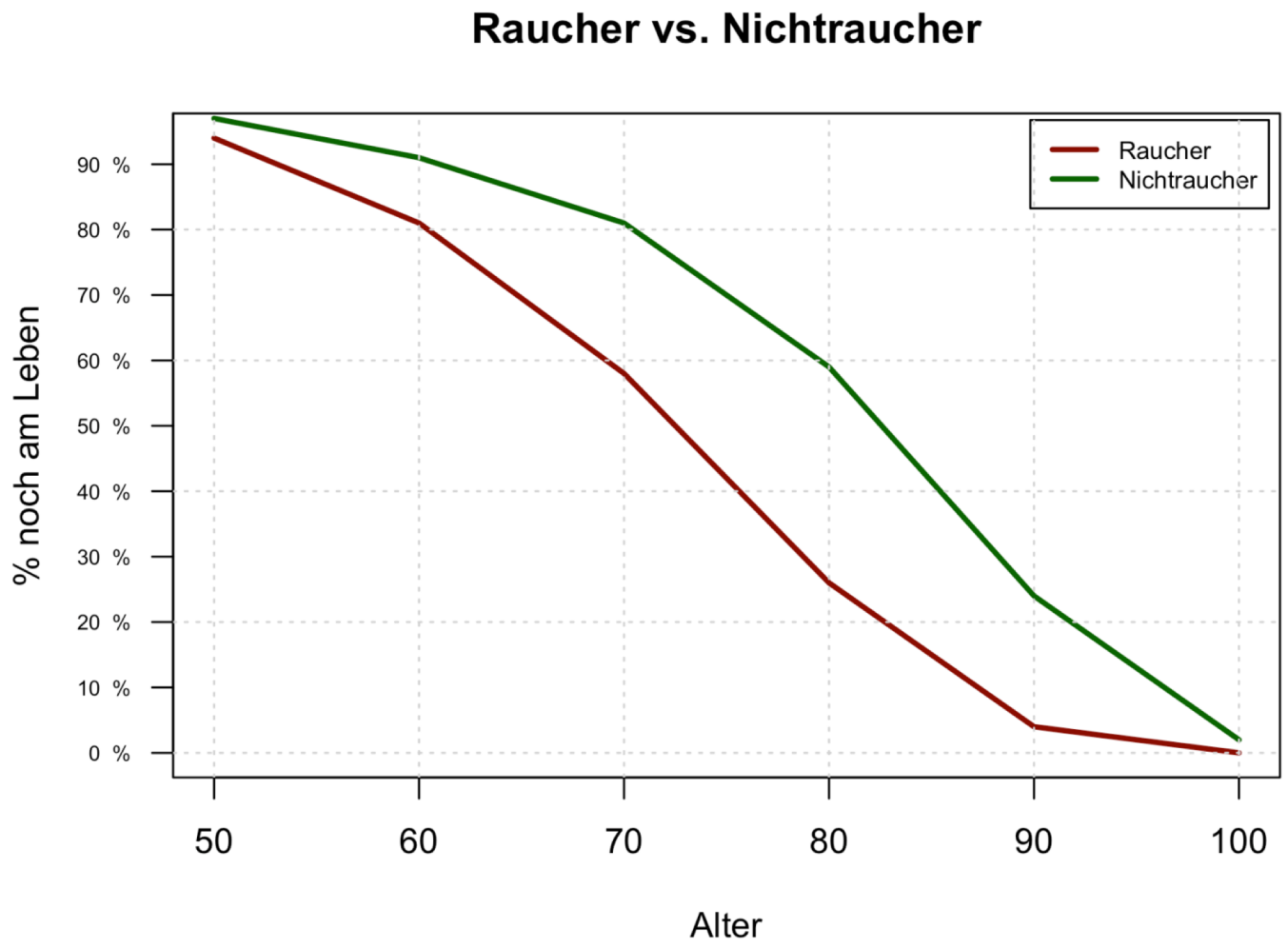
Falsifikationistischer Ansatz:

- Wir beginnen mit einer Fragestellung, z.B.: Sterben Raucher früher?
- Wir stellen eine Hypothese auf, z.B.: Raucher sterben früher…
- …und überprüfen die **Nullhypothese:** Raucher sterben nicht früher.

Denken wie ein/e Statistiker/in

- Wir tun dies, indem wir **Daten erheben**…
- …diese Daten **auswerten**…
- und fragen, wie wahrscheinlich es ist, dass die beobachtete Verteilung **durch Zufall** zustandekommt.

Visuelle Inspektion der Daten



Skalenniveaus

- Variablen sind unterschiedlich **skaliert**
- Beispiel: Familienstand vs. Schulnoten vs. Körpergröße
- Wodurch unterscheiden sich diese drei Variablen?

Skalenniveaus

- Nominalskala
- Ordinalskala
- Intervallskala
- Verhältnisskala
- Absolutskala

kategorial

metrisch

Nominalskala

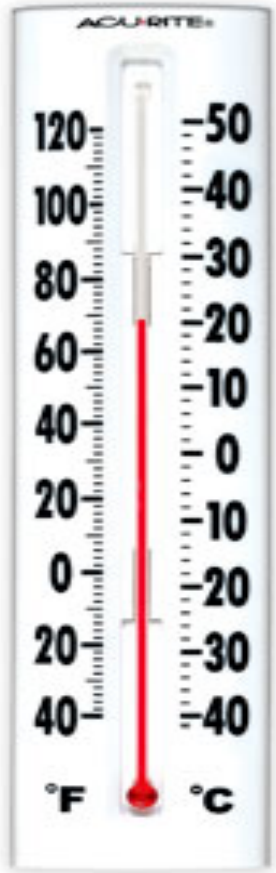
- Klassifizierung ohne Ordnungsrelation
- z.B. Familienstand: ledig, verheiratet, verwitwet, geschieden
- keine "Hierarchie": ledig ist nicht "besser" oder "größer" als verheiratet, geschweige denn "halb so gut" oder "doppelt so gut" o.ä.
- Auch **binäre** Variablen sind nominalskaliert, z.B. "lebendig" vs. "tot"

Ordinalskala

- Ordnungsrelation: z.B. Gold > Silber > Bronze
- keine Angaben, **um wie viel** Gold "besser" ist als Silber, Silber besser als Bronze etc.

Intervallskala

- metrische Skala: Intervalle zwischen einzelnen Punkten sind gleich groß
- z.B. Temperatur: Abstand zwischen 10°C und 20°C so groß wie zwischen 20°C und 30°C
- Jedoch: 40°C ist **nicht** doppelt so warm wie 20°C und 20°C **nicht** viermal so warm wie 5°C!
- Grund: Nullpunkt willkürlich festgelegt



Verhältnisskala

- alle intervallskalierten Variablen mit **natürlichem Nullpunkt**
- z.B. Lebensalter, Temperatur in Kelvin (beginnt mit -273,15°C, dem absoluten Nullpunkt)

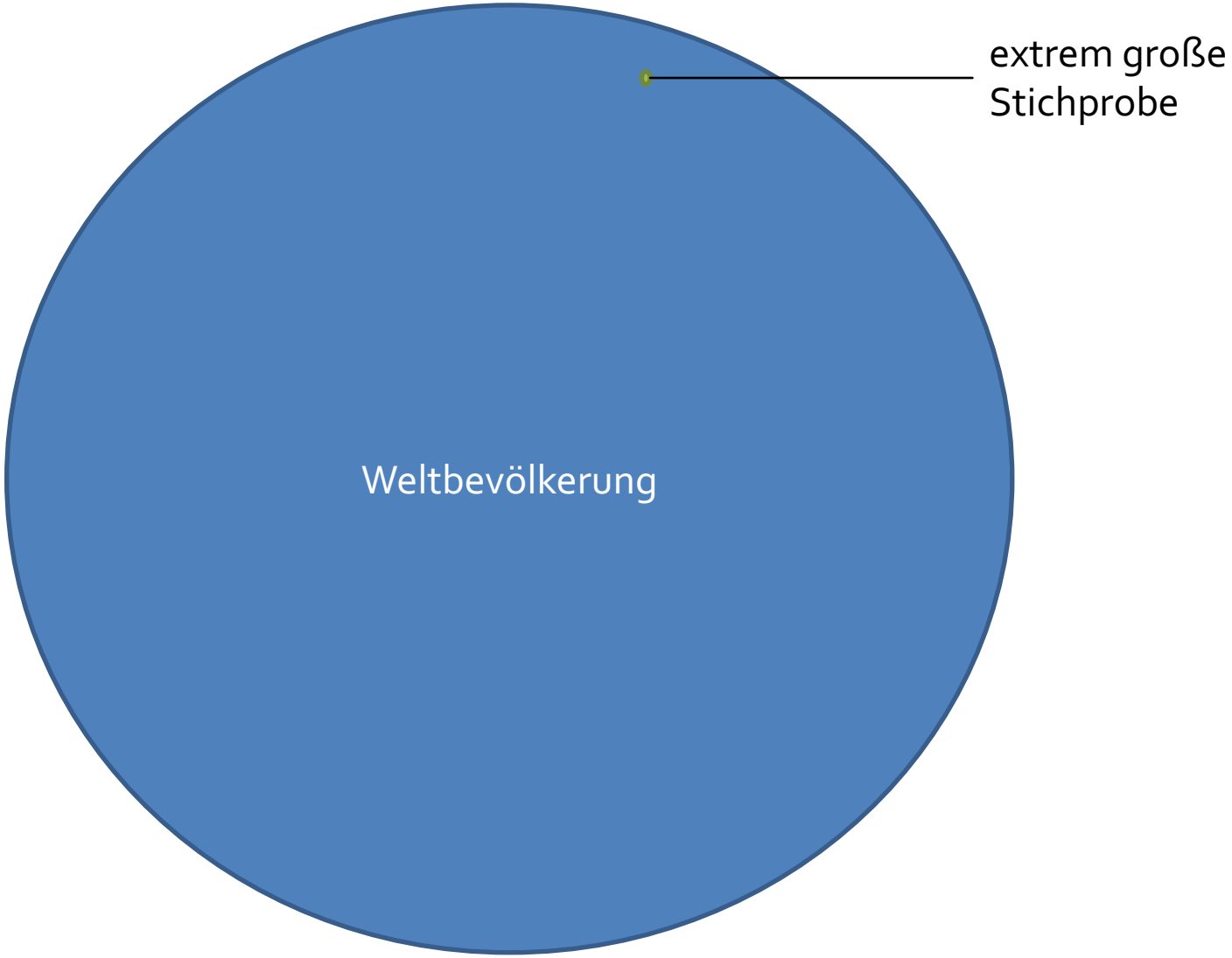
Absolutskala

- genauer Wert einer Merkmalsausprägung
- nur natürliche Zahlen möglich
- lässt sich paraphrasieren mit "*n* Stück", z.B. 5 Stück, 10 Stück, 1000 Stück etc.
- z.B. Zahl der Schüler/innen in einer Klasse, Anzahl der Todesfälle im Jahr

Übungsaufgabe

- Affixart (Präfix vs. Suffix)
- Schulnote
- Alter von ProbandInnen in der Form "unter 18", "18-49", "49 und älter"
- Dauer einer Veranstaltung
- Körpergröße
- Likert-Skala (z.B.: Bewerten Sie x auf einer Skala von 1-5)

Grundgesamtheit und Stichprobe



Sind meine Daten repräsentativ?

- Nur in den seltensten Fällen können wir die gesamte **Population** untersuchen
- Deshalb ziehen wir eine **Stichprobe**
- Faustregel: Je größer die Stichprobe, desto besser
- Beispiel: Münzwurf

Ist meine Münze gezinkt?

- Wahrscheinlichkeit für Kopf und Zahl ist für gewöhnlich 50:50
- Natürlich ist es dennoch möglich, bei 10 Würfen 10mal Kopf zu bekommen…
- …aber nicht sehr wahrscheinlich!

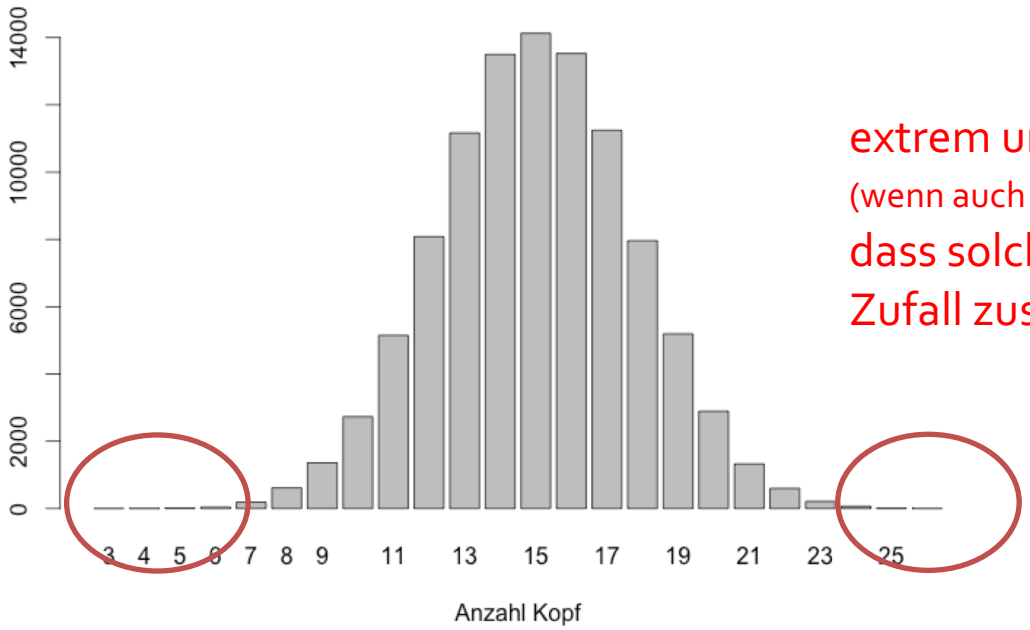
Gerichtete und ungerichtete Hypothesen

Gerichtet:

- Die Münze ist so gezinkt, dass öfter Kopf erscheint.
- Die Münze ist so gezinkt, dass öfter Zahl erscheint.

Ungerichtet:

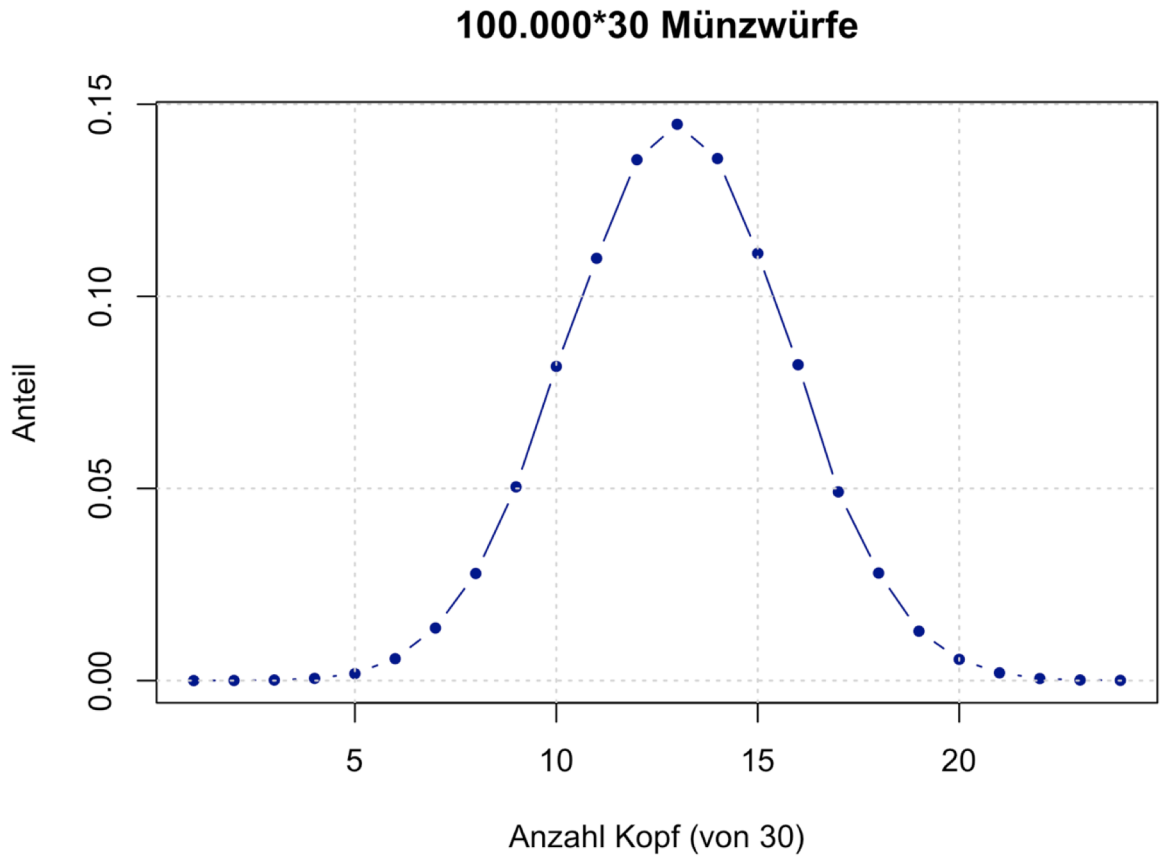
- Die Münze ist irgendwie gezinkt.



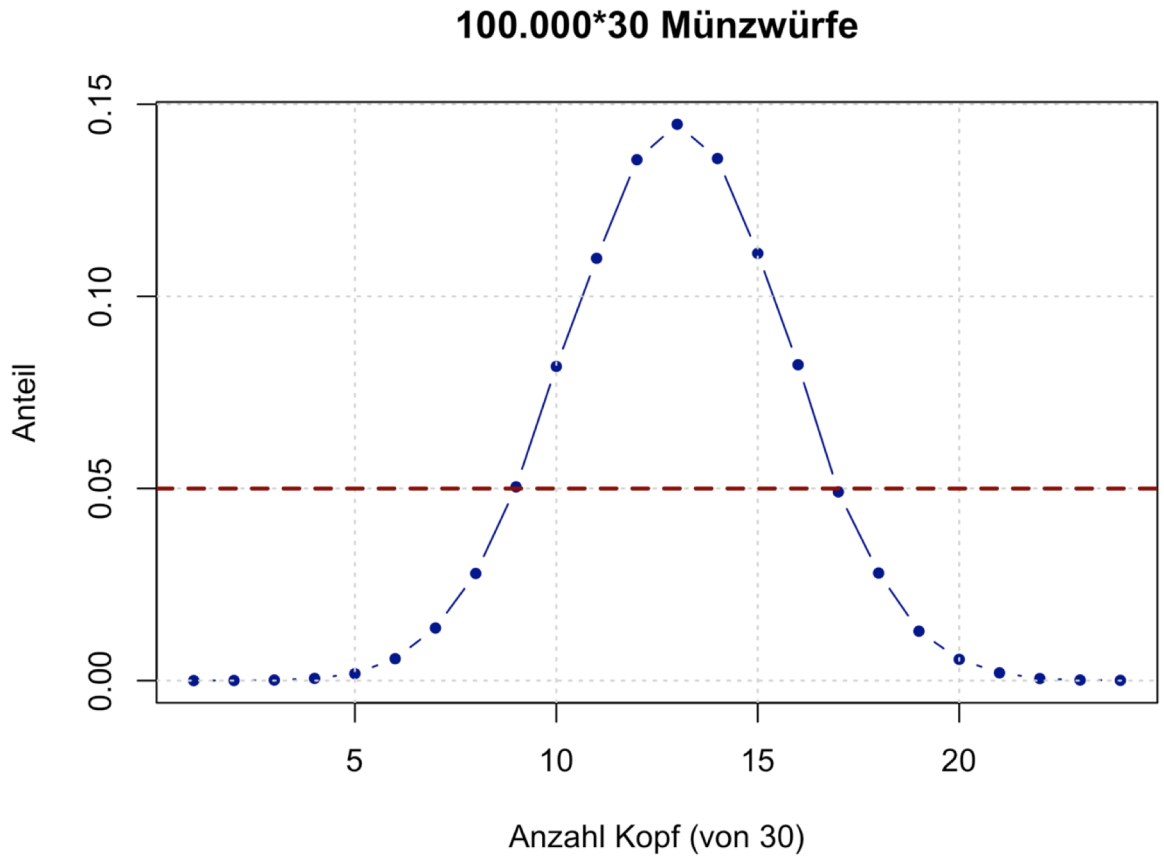
extrem unwahrscheinlich (wenn auch prinzipiell möglich), dass solche Werte durch Zufall zustandekommen.

Grafik: 100.000*30 Würfe einer Münze (Simulation)

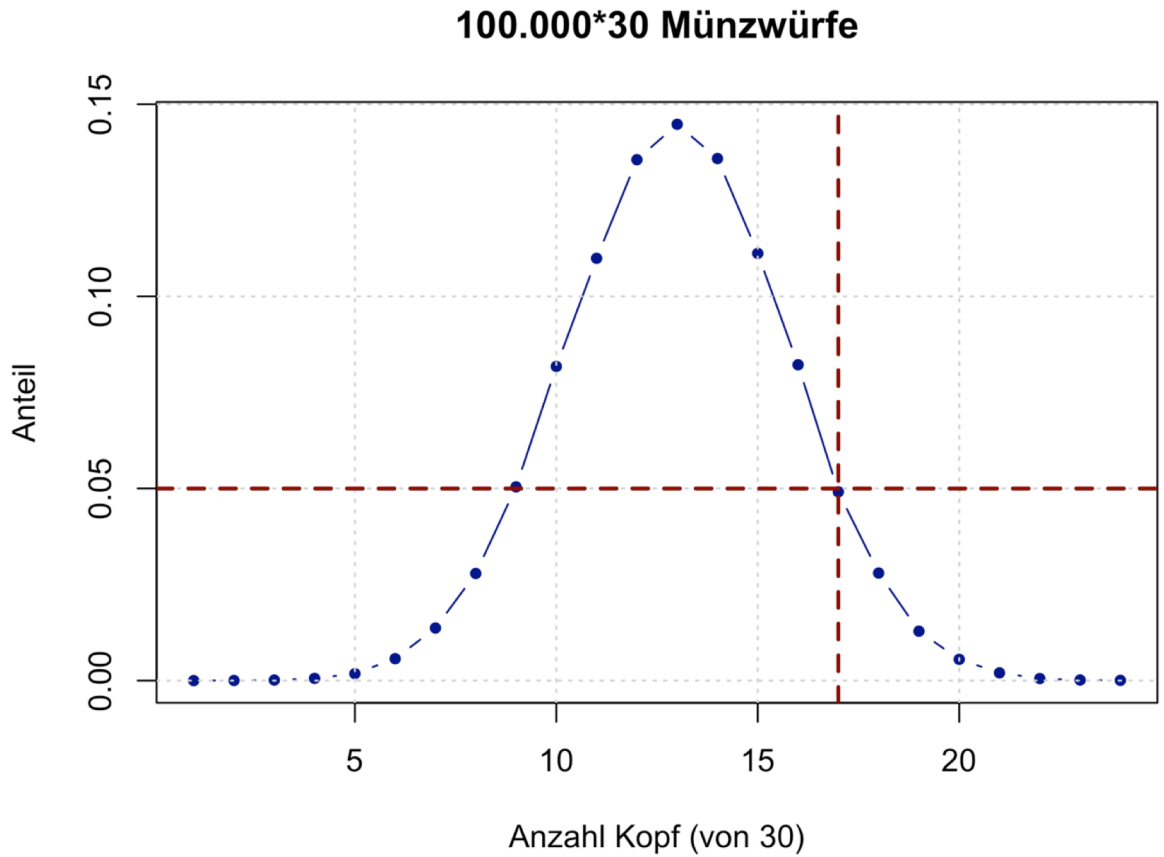
Signifikanzschwelle



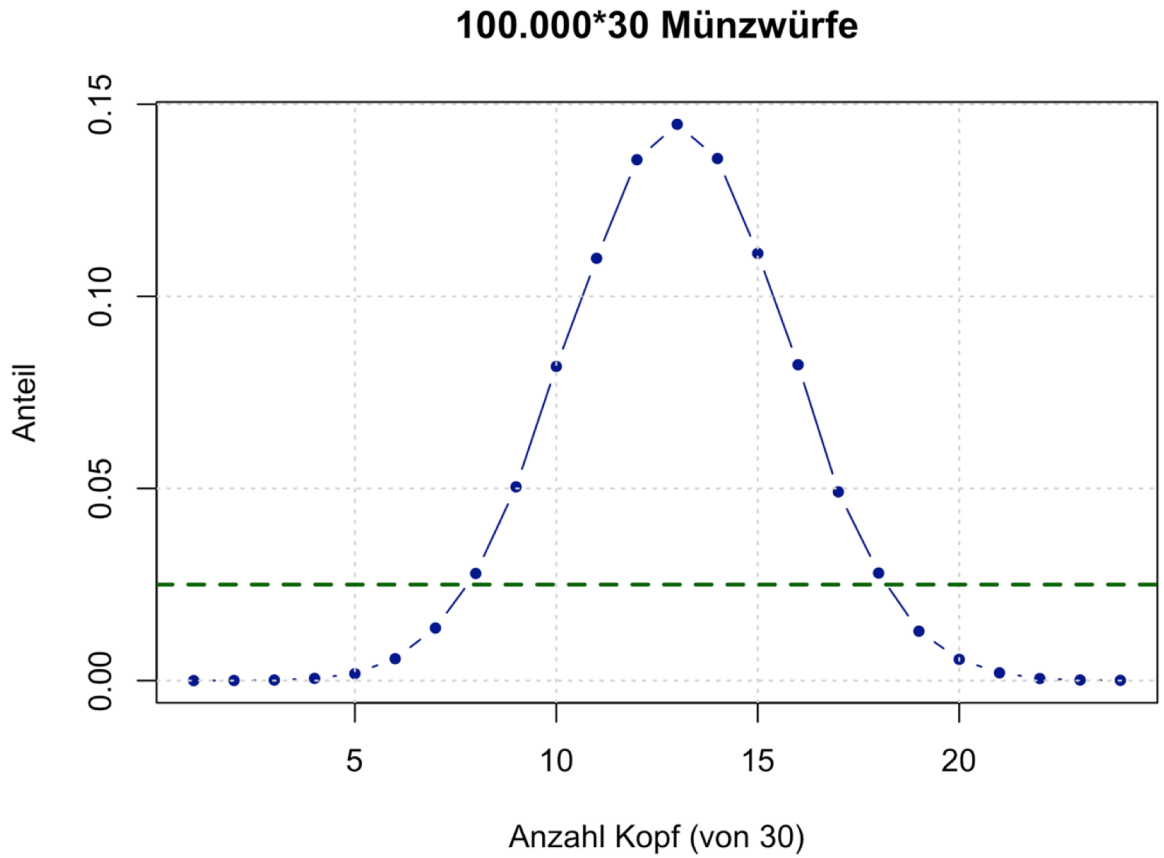
Signifikanzschwelle



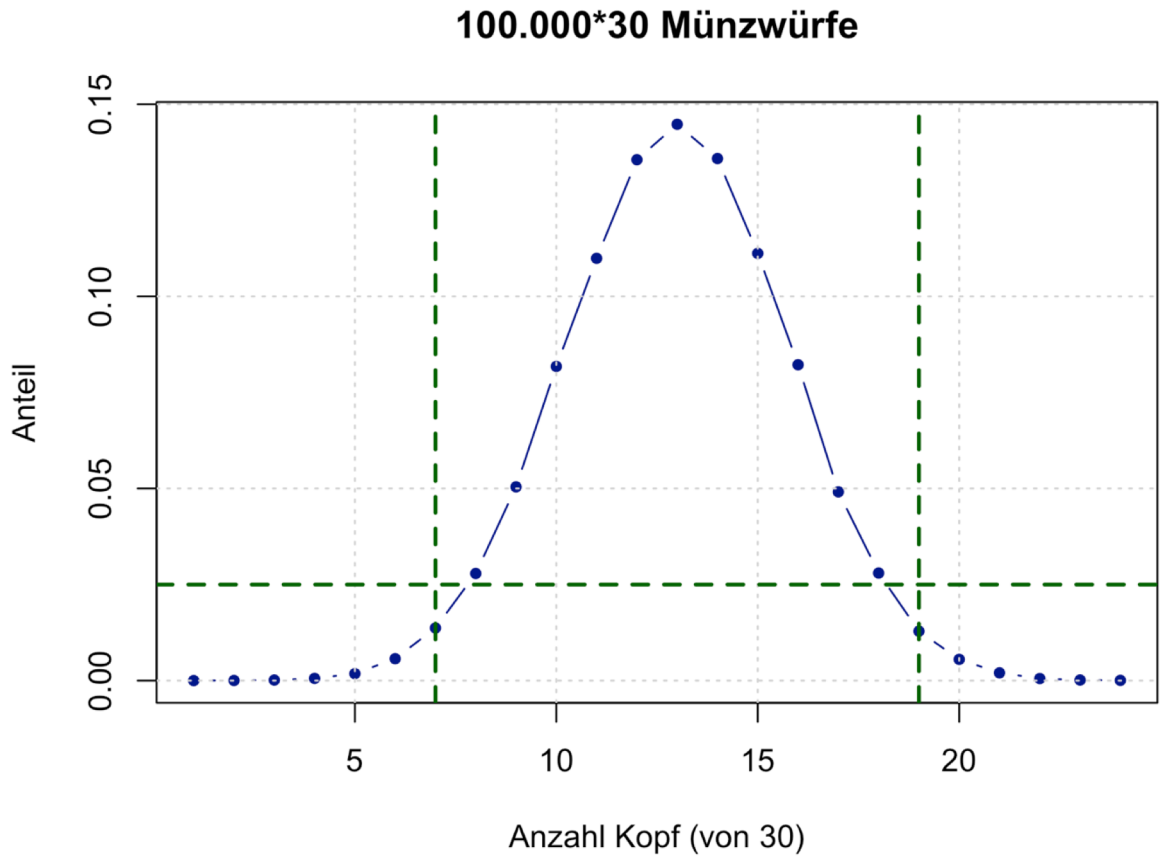
Signifikanzschwelle



Signifikanzschwelle



Signifikanzschwelle



Zentraler Grenzwertsatz

- Zieht man theoretisch unendlich viele Stichproben aus einer Grundgesamtheit, geht die Verteilung mit wachsendem Stichprobenumfang in eine **Normalverteilung** über
- Grenzwert: $n \geq 30$
- ab einer Stichprobengröße von 30 kann man statistische Verfahren heranziehen, die auf der Normalverteilung beruhen.

Worauf testen wir?

- Isolierte Daten machen in der Regel keinen Sinn
- "Studierende trinken häufig Bier" ist keine statistisch wirklich sinnvolle Aussage
- "Studierende trinken häufiger Bier als Grundschüler" hingegen ist eine falsifizierbare Hypothese.
- Ebenso: "Mit zunehmendem Alter steigt bei Akademikern der Alkoholkonsum"

Was ist eine wissenschaftliche Hypothese?

1. Eine wissenschaftliche Hypothese macht eine **allgemeine** Aussage, die sich auf **mehr als ein einzelnes Ereignis** bezieht.
2. Diese Aussage muss sich in der Form **wenn…, dann** oder **je…, desto** paraphrasieren lassen.
3. Sie ist **potentiell falsifizierbar.**

Wie testen wir?

- Wir testen **Nullhypothesen**…
- …um durch deren Zurückweisung die **Alternativhypothese** zu untermauern.

Beispiel:

H1: Die Münze, die ich werfe, ist gezinkt.

Wie muss Ho lauten?

Ho: Die Münze, die ich werfe, ist nicht gezinkt.

Wie testen wir?

- Wir testen **Nullhypothesen**…
- …um durch deren Zurückweisung die **Alternativhypothese** zu untermauern.

Beispiel:

H1: Kopf vs. Zahl ~ 50:50

Wie muss Ho lauten?

Ho: Kopf vs. Zahl ≠ 50:50

Beispiel Münzwurf

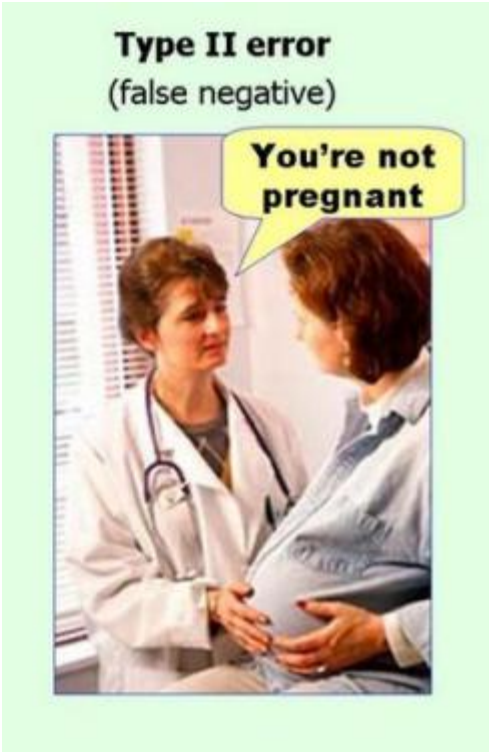
Kopf	Zahl	
20	0	klarer Fall: Kopf häufiger
0	20	klarer Fall: Zahl häufiger
7	13	???

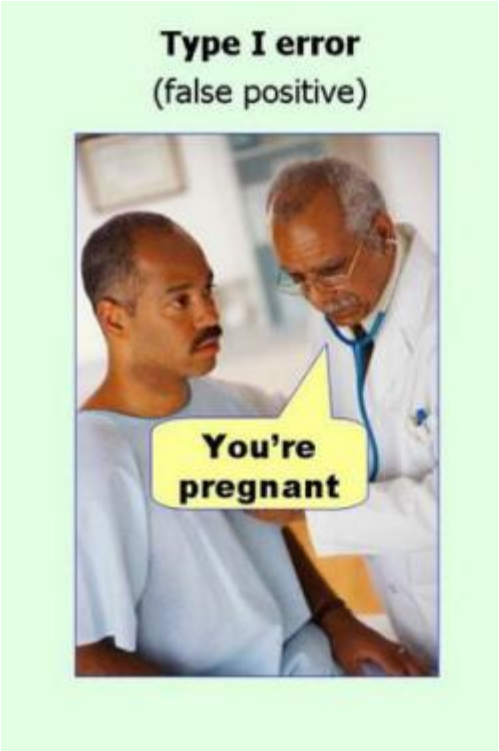
- Können wir bei dieser Verteilung (7:13) die Nullhypothese zurückweisen?

Fehler erster und zweiter Art

- **Fehler erster Art:** Die Nullhypothese trifft zu, wird aber abgelehnt.

- **Fehler zweiter Art:** Die Nullhypothese ist falsch, wird aber nicht abgelehnt.

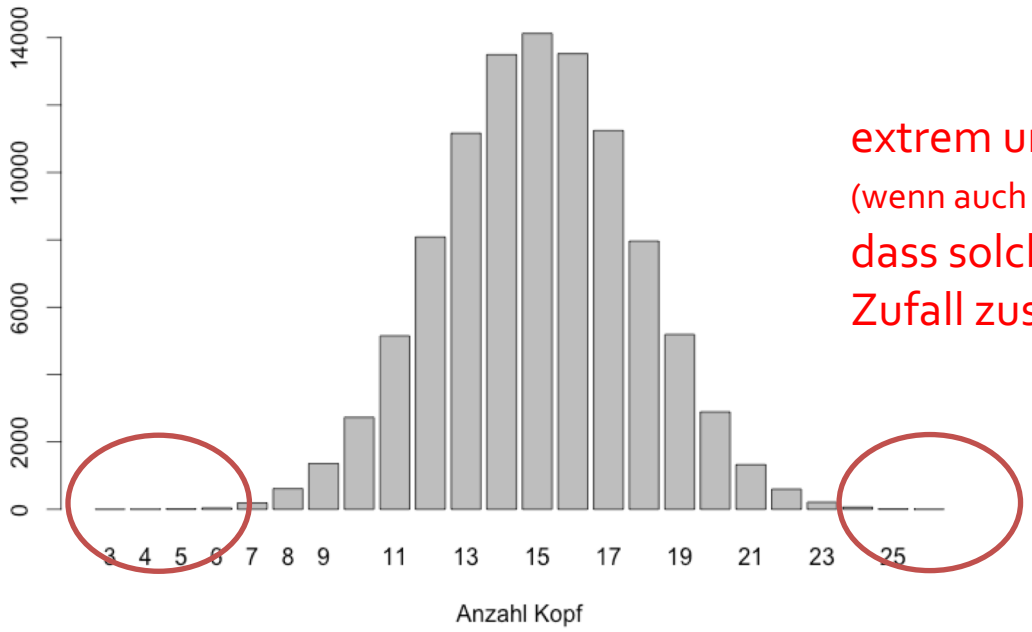




Grafik: https://chemicalstatistician.wordpress.com/2014/05/12/applied-statistics-lesson-of-the-day-type-i-error-false-positive-and-type-2-error-false-negative/

Was ist Signifikanz?

- Wir definieren (im Voraus!) ein **Kriterium**, um Ho zurückzuweisen
- Das Risiko der **falschen Zurückweisung** (Fehler erster Art) soll möglichst gering sein
- Daher: **Signifikanzschwelle**



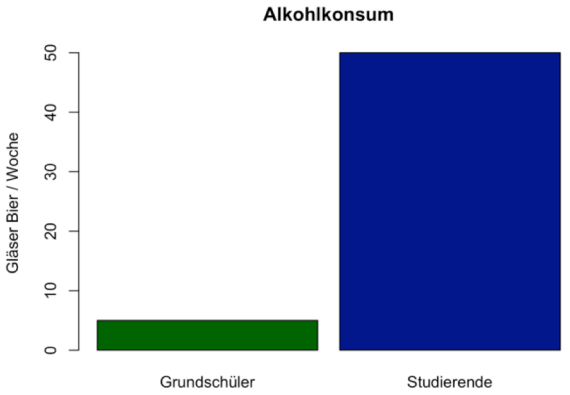
extrem unwahrscheinlich
(wenn auch prinzipiell möglich),
dass solche Werte durch
Zufall zustandekommen.

Grafik: 100.000*30
Würfe einer Münze
(Simulation)

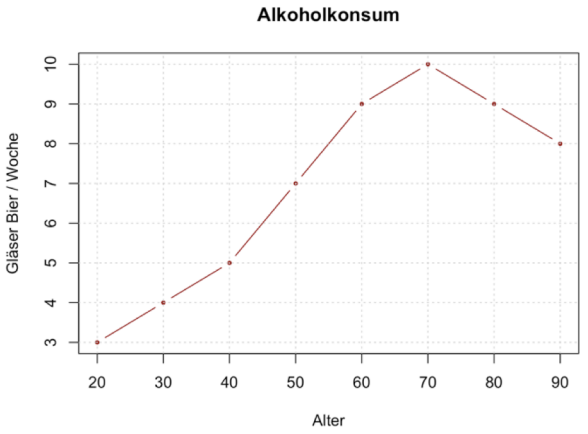
Worauf testen wir

d.h. wir testen auf…

- …signifikante **Unterschiede**



- …signifikante **Zusammenhänge**



Wie testen wir?

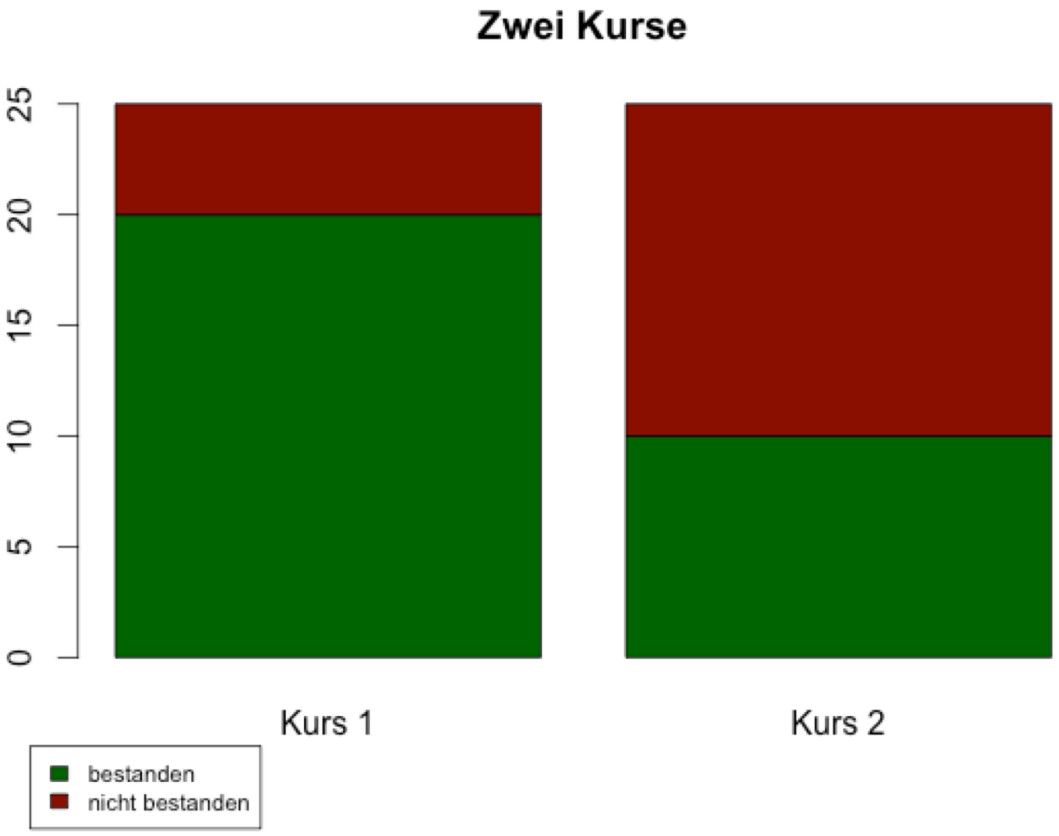
Parametrische vs. non-parametrische Tests:

- Parametrischen Tests liegt eine bestimmte **Verteilung** – meist die Normalverteilung – zugrunde.
- Non-parametrische Tests sind **verteilungsfrei** und können auf Variablen aller Skalenniveaus angewandt werden.

Beispiel: Chi-Quadrat
(verteilungsfrei - Nominaldaten)

- Beispiel: zwei Kurse in historischer Sprachwissenschaft
- einer geleitet von Dozent A, der andere von Dozent B
- Rahmenbedingungen genau gleich
- alle machen am Ende genau die gleiche Prüfung

Ergebnisse


Zwei Kurse
0
5
10
15
20
25
Kurs 1
Kurs 2
bestanden
nicht bestanden

Beispiel: Chi-Quadrat

- Prüfungsergebnisse:

Dozent	bestanden	durchgefallen
Dozent A	20	10
Dozent B	10	20

- Was wäre eigentlich zu erwarten?

Dozent	bestanden	durchgefallen
Dozent A	15	15
Dozent B	15	15

Beispiel: Chi-Quadrat

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{(beobachtete\ Freq. - erwartete\ Freq.)^2}{erwartete\ Freq.}$$

Dozent	bestanden	durchgefallen
Dozent A	20	10
Dozent B	10	20

Dozent	bestanden	durchgefallen
Dozent A	15	15
Dozent B	15	15

Chi-Quadrat: Voraussetzungen

Jeder Test kann nur unter bestimmten **Voraussetzungen** angewandt werden. Bei Chi-Quadrat sind diese:

- Alle Beobachtungen sind unabhängig voneinander
- mind. 80% der beobachteten Werte sind ≥ 5
- alle erwarteten Frequenzen sind > 1

Chi-Quadrat: Voraussetzungen

Jeder Test kann nur unter bestimmten **Voraussetzungen** angewandt werden. Bei Chi-Quadrat sind diese:

- **Alle Beobachtungen sind unabhängig voneinander**
- mind. 80% der beobachteten Werte sind ≥ 5
- alle erwarteten Frequenzen sind > 1

Chi-Quadrat: Voraussetzungen

- Gerade in der Korpuslinguistik wird häufig der Fehler gemacht, dass Chi-Quadrat-Tests für Datensets mit abhängigen Datenpunkten verwendet werden (vgl. Winter im Ersch.)
- Beispiel: mehrere Datenpunkte vom gleichen Autor / von der gleichen Autorin (was in nahezu jeder Korpusuntersuchung der Fall ist)
- In diesem Fall lieber ein einfaches logistisches Regressionsmodell verwenden

Übungsbeispiel

- Groß- und Kleinschreibung in Hexenverhörprotokollen: belebt vs. unbelebt

beob. Werte

	unbelebt	belebt
klein	1201	451
groß	576	594

- Erwartete Werte werden errechnet mit:

  (Zeilensumme * Spaltensumme) / N

Übungsbeispiel

- Groß- und Kleinschreibung in Hexenverhörprotokollen: belebt vs. unbelebt

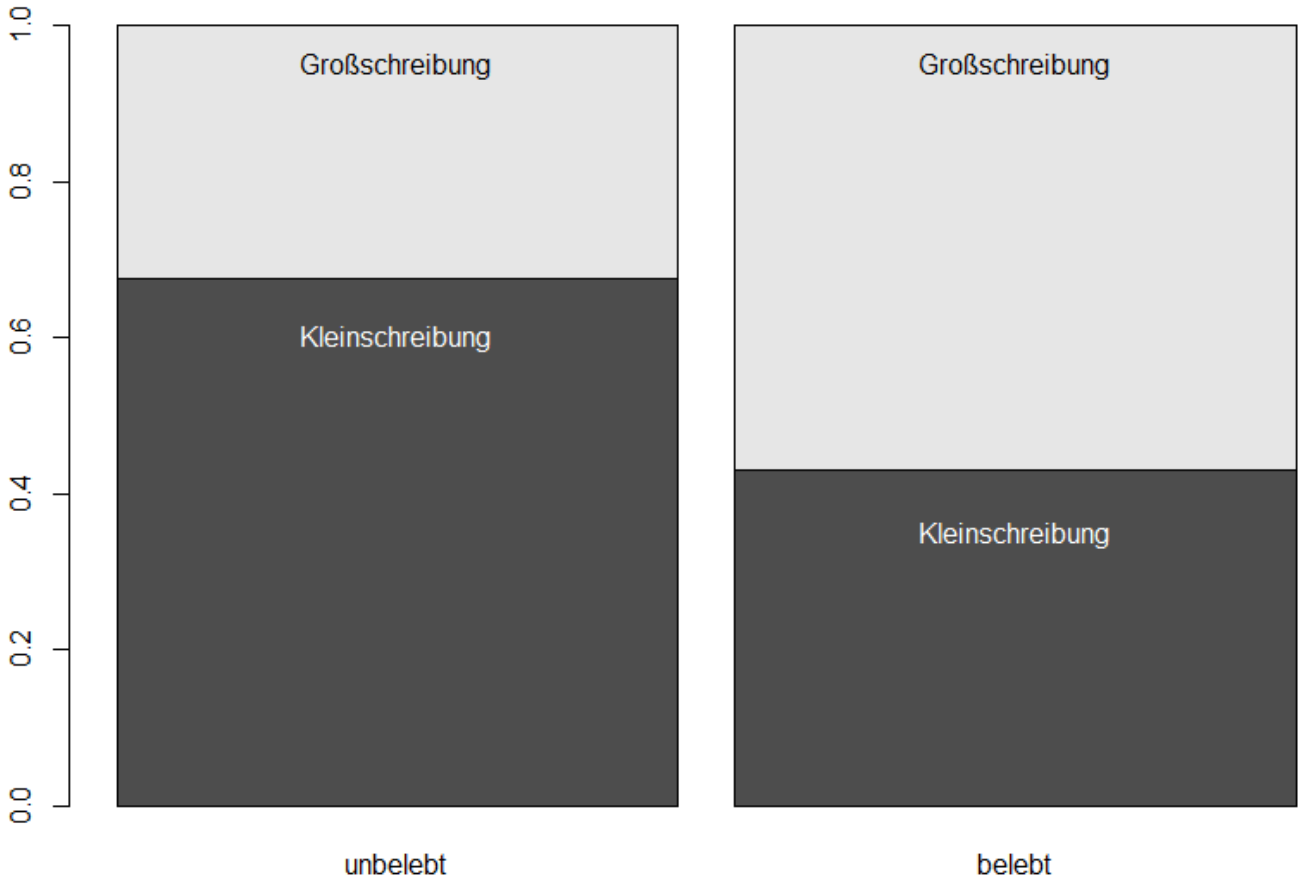
beob. Werte

	unbelebt	belebt
klein	1201	451
groß	576	594

erw. Werte

	unbelebt	belebt
klein	1040.26	611.74
groß	736.74	233.26

Übungsbeispiel



Ergebnis

- X-squared = 160.78, df = 1, p-value < 2.2e-16

- **Aber**: p-Wert ist nicht alles!
- Beim Chi-Quadrat-Test (und auch bei anderen Vierfeldertests wie Fisher Exact Test) ist er von der **Stichprobengröße** abhängig.
- Er sagt nichts darüber aus, wie groß der **Effekt** wirklich ist.

Signifikanz und Effektstärke

- Signifikanz gibt an, wie wahrscheinlich es ist, dass eine Verteilung beobachtet werden kann, wenn die Nullhypothese gilt.
- Davon zu unterscheiden ist die **Effektstärke**.

Effektstärke

- berechnet Stärke der beobachteten Korrelation unabhängig von der Stichprobengröße
- bei Chi-Quadrat: $\boldsymbol{\phi}$ bzw. Cramérs V.

$$V / \phi = \sqrt{\frac{\chi^2}{n \cdot (k-1)}}$$

k = kleinere Anzahl der Zeilen/Spalten

Phi-Koeffizient

- Chi-Quadrat = 160.78
- N = 2822

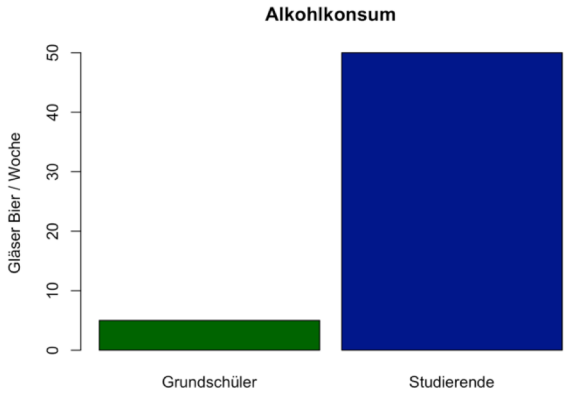
$$\phi = \sqrt{\frac{160.78}{2822}}$$

ϕ= 0.24

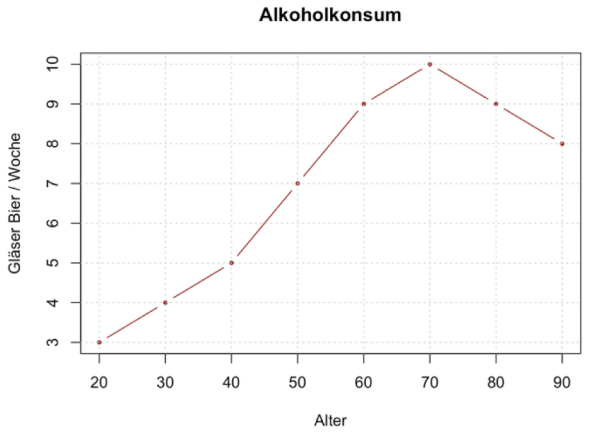
Worauf testen wir

d.h. wir testen auf…

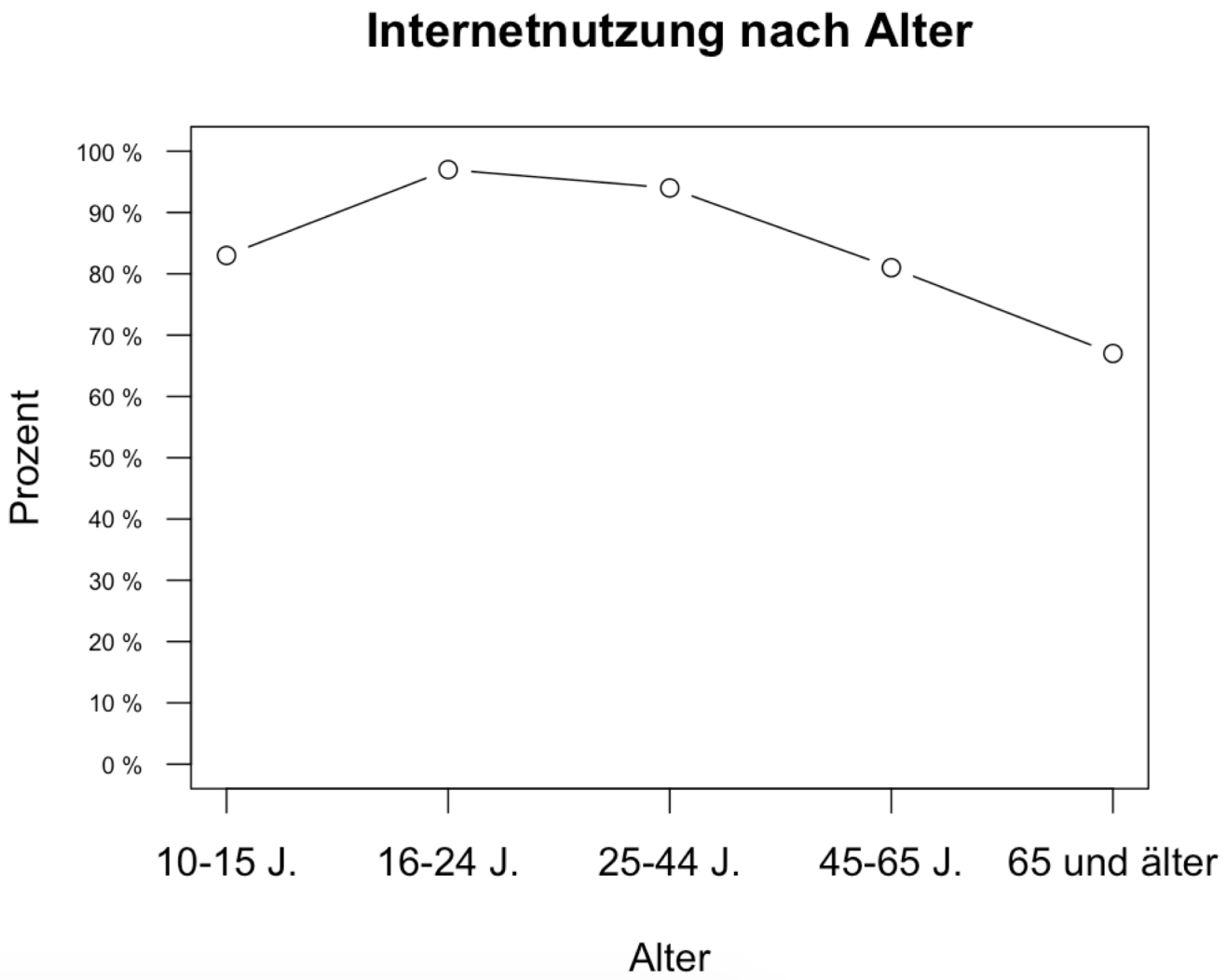
- …signifikante **Unterschiede**



- …signifikante **Zusammenhänge**



Signifikante Zusammenhänge



Rangkorrelationskoeffizienten

- z.B. Spearman's Rho, Kendall's Tau
- vergleicht die Rangfolge der unabhängigen Variable mit der Rangfolge der abhängigen Variable
- Beispiel (aus Howell 2010): durchschnittliche Ausgaben für Alkohol und Tabak

Howell, David C. 2010. *Statistical Methods for Psychology*. 7th ed. Belmont: Wadsworth.

Beispiel: Alkohol und Tabak

Region	Alkohol	Tabak
Nordirland	4,02	4,56
East Anglia	4,52	2,92
Südwesten	4,79	4,79
East Midlands	4,89	4,89
Wales	5,27	3,53
West Midlands	5,63	3,47
Südosten	5,89	3,2
Schottland	6,08	4,51
Yorkshire	6,13	3,76
Nordosten	6,19	3,77
Norden	6,47	4,02

Beispiel: Alkohol und Tabak

Region	Alkohol	Tabak	Rang Alkohol
Nordirland	4,02	4,56	1
East Anglia	4,52	2,92	2
Südwesten	4,79	4,79	3
East Midlands	4,89	4,89	4
Wales	5,27	3,53	5
West Midlands	5,63	3,47	6
Südosten	5,89	3,2	7
Schottland	6,08	4,51	8
Yorkshire	6,13	3,76	9
Nordosten	6,19	3,77	10
Norden	6,47	4,02	11

Beispiel: Alkohol und Tabak

Region	Alkohol	Tabak	Rang Alkohol	Rang Tabak
Nordirland	4,02	4,56	1	11
East Anglia	4,52	2,92	2	2
Südwesten	4,79	4,79	3	1
East Midlands	4,89	4,89	4	4
Wales	5,27	3,53	5	6
West Midlands	5,63	3,47	6	5
Südosten	5,89	3,2	7	3
Schottland	6,08	4,51	8	10
Yorkshire	6,13	3,76	9	7
Nordosten	6,19	3,77	10	8
Norden	6,47	4,02	11	9

Beispiel: Alkohol und Tabak

Region	Alkohol	Tabak	Rang Alkohol	Rang Tabak	Inversionen
Nordirland	4,02	4,56	1	11	10
East Anglia	4,52	2,92	2	2	1
Südwesten	4,79	4,79	3	1	0
East Midlands	4,89	4,89	4	4	1
Wales	5,27	3,53	5	6	3
West Midlands	5,63	3,47	6	5	1
Südosten	5,89	3,2	7	3	0
Schottland	6,08	4,51	8	10	3
Yorkshire	6,13	3,76	9	7	0
Nordosten	6,19	3,77	10	8	0
Norden	6,47	4,02	11	9	0

Kendall's Tau

$$\tau = 1 - \frac{2 \times (\text{Anzahl der Inversionen})}{\text{Anzahl an Objektpaaren}}$$

- Wie viele Objektpaare?

→ n(n-1)/2 = 11(10)/2 = 55

- Wie viele Inversionen?

→ Summe der letzten Tabellenspalte

Beispiel: Alkohol und Tabak

Region	Alkohol	Tabak	Rang Alkohol	Rang Tabak	Inversionen
Nordirland	4,02	4,56	1	11	10
East Anglia	4,52	2,92	2	2	1
Südwesten	4,79	4,79	3	1	0
East Midlands	4,89	4,89	4	4	1
Wales	5,27	3,53	5	6	3
West Midlands	5,63	3,47	6	5	1
Südosten	5,89	3,2	7	3	0
Schottland	6,08	4,51	8	10	3
Yorkshire	6,13	3,76	9	7	0
Nordosten	6,19	3,77	10	8	0
Norden	6,47	4,02	11	9	0

Summe: 18

Kendall's Tau

$$\tau = 1 - \frac{2 \times (\text{Anzahl der Inversionen})}{\text{Anzahl an Objektpaaren}}$$

- 1-2(18)/55=0.345

Vergleich von Koeffizienten

verbreitete Rangkorrelationskoeffizienten:

- Pearson's r
- Spearman's Rho
- Kendall's Tau

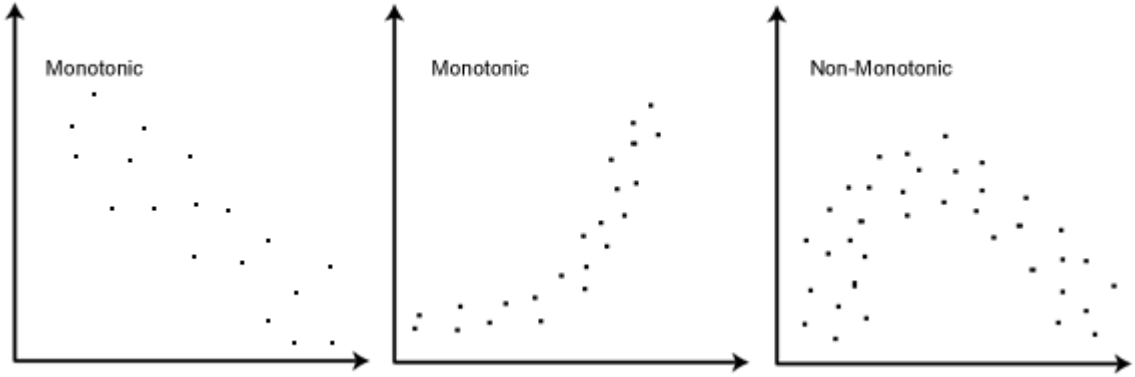
Vergleich von Koeffizienten

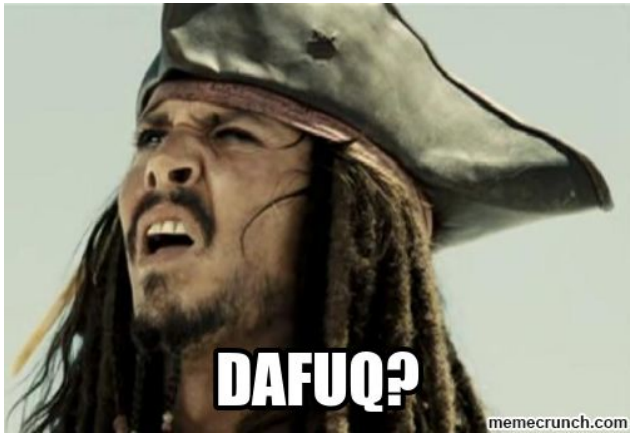
verbreitete Rangkorrelationskoeffizienten:

- Pearson's r — parametrisch
- Spearman's Rho — nicht-parametrisch
- Kendall's Tau — nicht-parametrisch

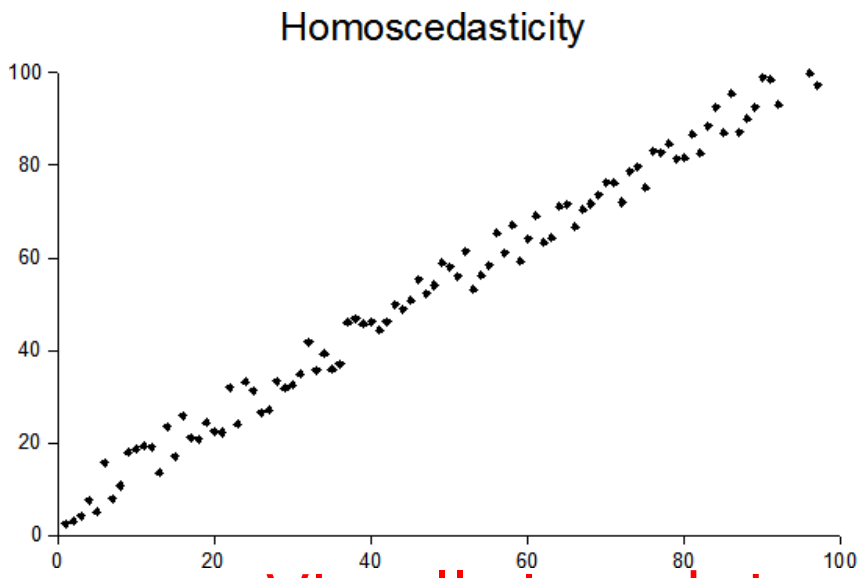
Vergleich von Koeffizienten

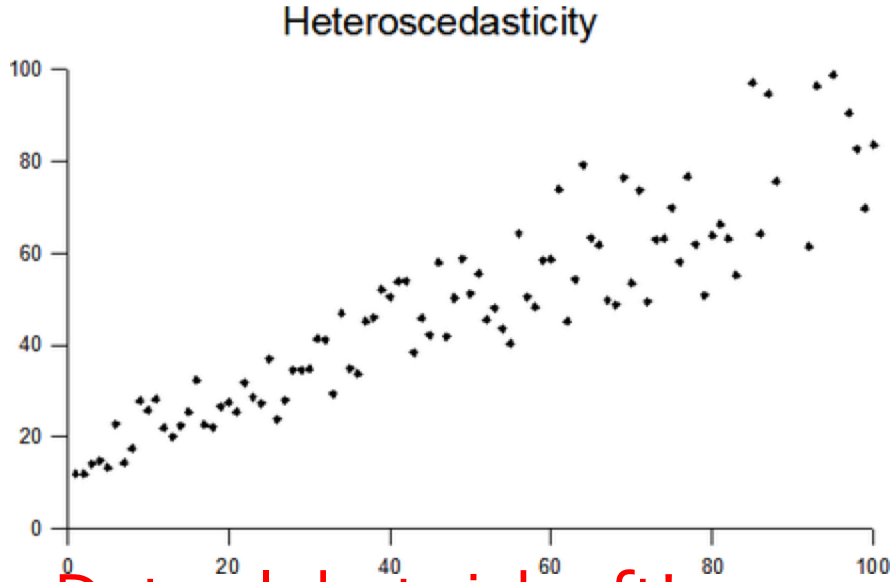
- Die drei Koeffizienten haben unterschiedliche **Voraussetzungen:**
- Pearson's r: bivariate Normalverteilung und/oder >30 Beobachtungen; lineares und monotones Verhältnis zwischen unabh. und abh. Variable; beide Variablen mindestens intervallskaliert; Homoskedastizität der Residuenvarianz; keine Autokorrelation





Homo-/Heteroskedastizität

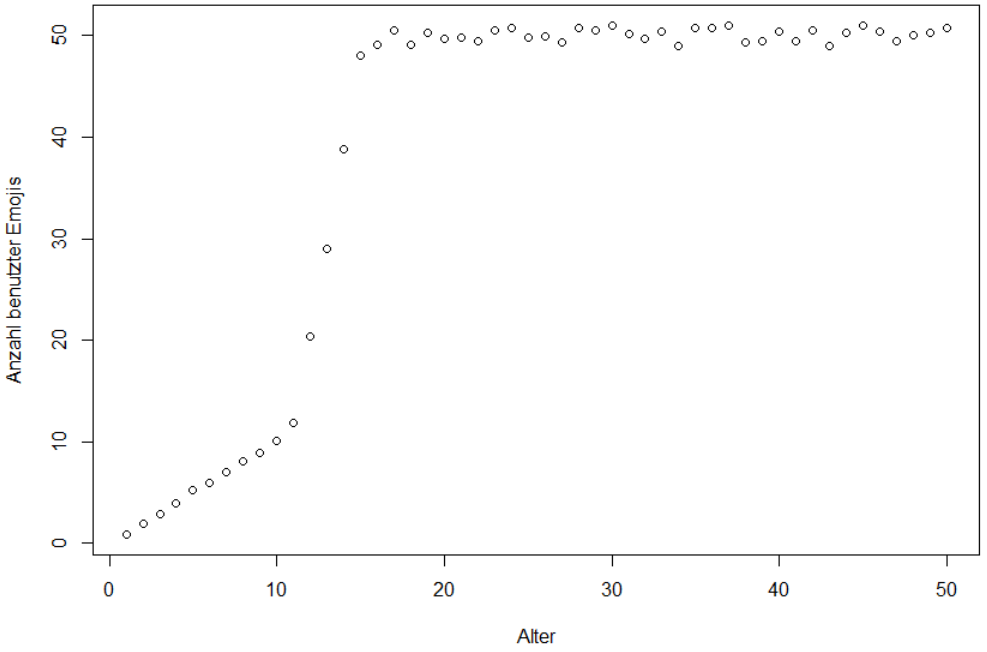




Visuelle Inspektion der Daten lohnt sich oft!

Vergleich von Koeffizienten

- Die drei Koeffizienten haben unterschiedliche **Voraussetzungen:**
- Pearson's r: bivariate Normalverteilung und/oder >30 Beobachtungen; lineares u
  zwischen unabh. und abh. V
  mindestens intervallskalier
  Residuenvarianz; keine Aut
- Spearman Rank Test: mon
  und unabh. Variable



Vergleich von Koeffizienten

- Die drei Koeffizienten haben unterschiedliche **Voraussetzungen:**
- Pearson's r: bivariate Normalverteilung und/oder >30 Beobachtungen; lineares und monotones Verhältnis zwischen unabh. und abh. Variable; beide Variablen mindestens intervallskaliert; Homoskedastizität der Residuenvarianz; keine Autokorrelation
- Spearman Rank Test: mindestens intervallskalierte Daten; monotones Verhältnis zwischen abh. und unabh. Variable
- Kendall's Tau: monotones Verhältnis zwischen abh. und unabh. Variable

Vergleich von Koeffizienten

x: 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10

y: 1,3,7,9,17,19,20,21,23,24

Spearman:

S = 3.6637e-14

rho=1

Pearson:

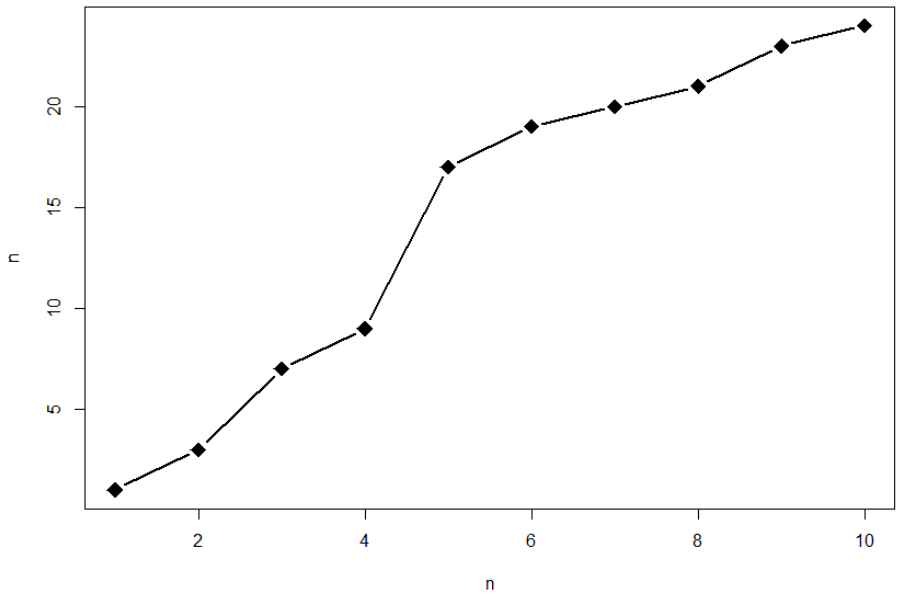
t= 10.70

cor=0.67

Kendall:

T=45

tau=1



Vergleich von Koeffizienten

x: 1, 11, 21, 31, 41, 51, 61, 71, 81, 91

y: 1,3,7,9,17,19,20,21,23,24

Spearman:

S = 3.6637e-14

rho=1

Pearson:

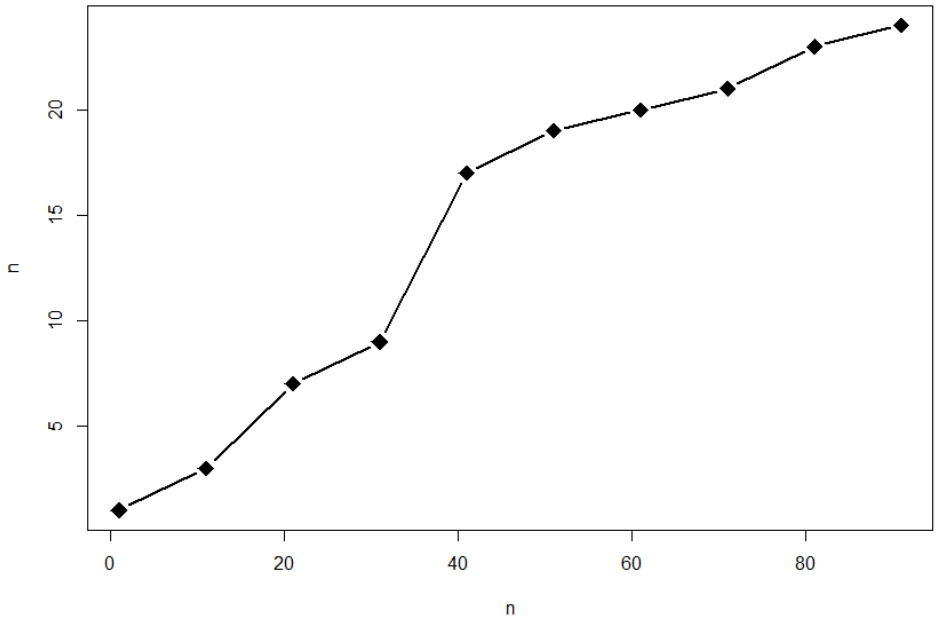
t= 10.70

cor=0.67

Kendall:

T=45

tau=1



Vergleich von Koeffizienten

x: 1,3,5,10,17,19,22,100,120,140

y: 1,3,7,9,17,19,20,21,23,24

Spearman:

S = 3.6637e-14

rho=1

Pearson:

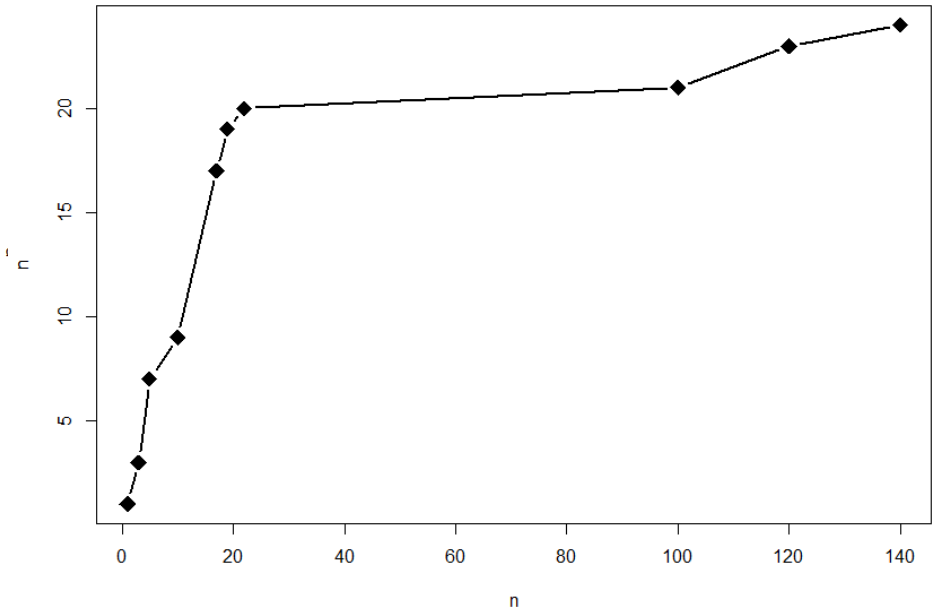
t= 3.28

cor=0.76, p=0.01

Kendall:

T=45

tau=1

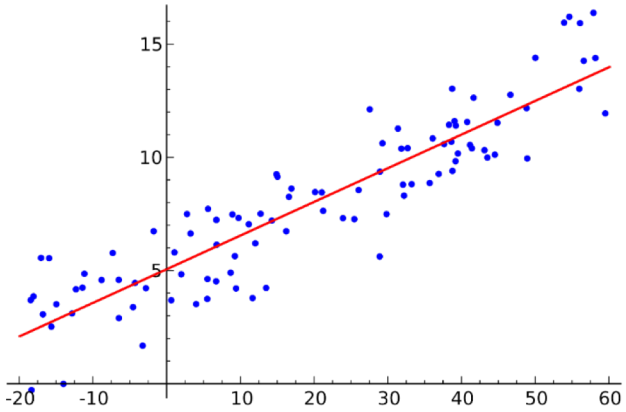


Wie berechne ich Koeffizienten?

- Pearsons Produkt-Moment-Korrelation ist über die Excel-Funktion KORREL verfügbar
- Spearman lässt sich z.B. über http://vassarstats.net errechnen
- alle Koeffizienten lassen sich mit etwas Basiswissen gut in R errechnen.

Was gibt es sonst noch?

- **Regression**
  - linear (metrische Daten) oder logistisch (kategoriale Daten)
  - Grundformel:
    outcome = predictor1 + predictor2 + … + error



- Bayessche Statistik
  - Fokus auf Erwartungen / Vorhersagen auf der Basis bereits bekannter Informationen

Zum Weiterlesen

Lineare Modelle und lineare gemischte Modelle

- Tutorials auf www.bodowinter.com

Bayessche Statistik

- McElreath, Richard. 2016. *Statistical Rethinking. A Bayesian Course with R and Stan*. Boca Raton: CRC Press.